

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ФОНД ПОДГОТОВКИ КАДРОВ
ИННОВАЦИОННЫЙ ПРОЕКТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**

Программа «Совершенствование преподавания
социально-экономических дисциплин в вузах»

Договора субзайма № Е/А.34/00 от 28 апреля 2000 года

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Некооперативные игры в экономике

Программа дисциплины

**Москва
2003**

Программа дисциплины **«Некооперативные игры в экономике»** составлена в соответствии с требованиями (федеральный компонент) к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки дипломированного специалиста (бакалавра, магистра) по циклу «Общие гуманитарные и социально-экономические дисциплины» государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования второго поколения, а также требованиями, предъявляемыми НФПК к новым и модернизированным программам учебных курсов, разработанным в рамках программы «Совершенствование преподавания социально-экономических дисциплин в вузах» Инновационного проекта развития образования.

Программа подготовлена при содействии НФПК – Национального Фонда подготовки кадров в рамках программы «Совершенствование преподавания социально-экономических дисциплин в вузах» Инновационного проекта развития образования.

Автор: профессор Васин Александр Алексеевич (РЭШ, МГУ)
(ФИО, ученая степень, ученое звание, вуз)

I. Организационно-методический раздел

Данный курс лекций предназначен для студентов старших курсов, магистратуры и аспирантов, обучающихся по специальностям «Экономика» и «Прикладная математика».

Курс посвящен вопросам применения теории игр к анализу актуальных экономических проблем. Основное внимание уделяется следующим темам.

1. Модели несовершенной конкуренции.
2. Некооперативное обоснование концепции конкурентного равновесия
3. Эволюционная теория игр и описание экономического поведения.
4. Повторяющиеся игры и кооперативное поведение.
5. Модели организации налоговой инспекции.

Все указанные направления популярны в современной теоретической экономике. Они далеки от завершенности и перспективны для тех, кто хотел бы применить свою математическую квалификацию для исследования интересных экономических проблем. Их также объединяет актуальность с точки зрения развития переходных экономик и, конкретно, России.

Концепция конкурентного равновесия лежит в основе современной экономической теории. Согласно известным “теоремам о благосостоянии”, конкурентное равновесие является оптимальным состоянием экономики, и отклонение от него связано со снижением ее эффективности. Однако, описание условий совершенной конкуренции (см. D. Gale) не является конструктивным в том смысле, что не позволяет определить для конкретного рынка, выполнены ли эти условия, и если нет, то на сколько могут отклоняться цены от равновесных по Вальрасу. В данном курсе обсуждаются модели несовершенной конкуренции Курно и Бертрана и, на основе обобщения последней модели, решается вопрос об оценке отклонения рынка от конкурентного равновесия.

Если связь тем 1 и 5 с проблемами переходных экономик достаточно очевидна, то отношение эволюционной теории и повторяющихся игр к этим проблемам требует пояснения. Дело здесь в концепции “*homo economicus*”, играющей важнейшую роль в экономической теории, в частности, в модели экономического равновесия. Согласно этой концепции, поведение каждого человека в социально-экономических процессах направлено на максимизацию его функции полезности от потребления различных благ. Эволюционная теория игр развивает альтернативный подход к описанию поведения индивидуумов, основанный на моделях естественного отбора, подражания и адаптации. Этот подход позволяет оценить границы применимости указанной концепции, понять возможный механизм формирования функции полезности.

Теория повторяющихся игр также связана с проблемой адекватного описания экономического поведения. Как повторяемость отношений, характерная для многих социально-экономических процессов, влияет на поведение людей? Можно ли объяснить наблюдаемое кооперативное поведение, исходя из оптимизации индивидуальных полезностей? Влечет ли повторяемость отношений кооперацию? Рассматриваемые в курсе модели отвечают на эти вопросы.

В рамках последней темы изучаются следующие проблемы: определение оптимальной стратегии аудита для прямого налога, зависимость поведения агентов от стратегии проверок в модели с коррумпированными инспекторами и сравнительная статика налогового дохода относительно ставок налога и штрафа, задача оптимизации системы стимулирования инспекторов.

Предлагаемый курс является новым. Учебная литература и книги по теории игр на русском языке практически не затрагивают содержания данного курса. Большая часть материала содержится лишь в труднодоступных журнальных публикациях.

Предлагаемый курс состоит из 14 лекций и включает две контрольные работы. В заключение студенты сдают экзамен. Финальная оценка складывается из оценок по контрольным работам (0.5) и итоговому экзамену (0.5).

II. Содержание курса

Лекция 1. Введение в современную теорию некооперативных игр

Введение. Основные понятия некооперативной теории игр. Проблемы теории несовершенной конкуренции. Модели олигополии Курно и Бертрана. Модели адаптивного и подражательного поведения.

[1] лекции 4, 5, 8

[2] главы 1,3

Milgrom P., Roberts J. (1990) Rationalizability, learning and equilibrium in games with strategic complementarities. Econometrica, 58, 1255-1277.

Лекция 2. Введение в эволюционную теорию игр.

Игры больших групп (популяций) агентов. Эволюционный принцип формирования поведения. Статический и динамический подходы. Обобщение понятий равновесия Нэша и доминирования. Случайные парные столкновения.

Maynard Smith J.(1982), Evolution and the Theory of Games, ch.13

Васин А.А. (1996) О некоторых проблемах теории коллективного поведения, ОПиПМ, т.3, вып. 3, с. 346-365

Лекция 3. Модели динамики коллективного поведения.

Динамика репликаторов. Понятие устойчивого распределения по стратегиям. Связь аттракторов с равновесиями Нэша и доминирующими множествами.

Васин А.А. (1992) Моделирование коллективного поведения в социальных и экологических системах, Вестник Мгу, Вычислительная математика и кибернетика, Т. 47, №1, стр. 4-16

Лекция 4. Модели адаптивно-подражательного поведения.

Монотонные динамики. Обобщение теорем о связи с игровыми принципами оптимальности. Проблема устойчивости.

Vasin A. (1999) On stability of mixed equilibria, Nonlinear Analysis 38, 793-802

Лекция 5. Отбор эволюционных механизмов.

Теорема о равновесных механизмах. Особенности эволюции поведения в социальных популяциях. О манипулировании коллективным поведением.

Васин А.А. (1996) О некоторых проблемах теории коллективного поведения, ОПиПМ, т.3, вып. 3, с. 346-365

Лекция 6. Модели олигополии.

Сравнительный анализ моделей олигополии Курно и Бертрана. Модель Бертрана-Эджворта. Последовательное исключение доминируемых стратегий. Оценка отклонения рыночной цены от равновесной. Динамика поведения при ценовой конкуренции.

[1] лекция 6

Пиндайк Р.С., Рубинфельд Д.Л. Микроэкономика. М.: "Дело", 2000. гл. 12.

Allen B., Hellwig M. (1986), Bertrand-Edgeworth Oligopoly in Large Markets, Review of Economic Studies, 53, 175-204

Borgers T. (1992), Iterated Elimination of Dominated strategies in a Bertrand-Edgeworth Model, Review of Economic Studies, 59, 163-176

Васин А.А. (1992) Моделирование коллективного поведения в социальных и экологических системах, Вестник Мгу, Вычислительная математика и кибернетика, Т. 47, №1, стр. 4-16

Лекция 7. Модели олигополии (продолжение).

Модели с первоначальным выбором цен и объемов. Модель с изменением цен в ходе торговли.

[3] глава 5

Friedman J. (1986), On the Strategic Importance of Prices Versus Quantities, Rand Journal of Economics, №4, 607-622

Dudey M. (1992) Dynamic Edgeworth-Bertrand Competition. Quaterly Journal of Economics, №4, 1461-1477

Лекция 8. Проблема некооперативного обоснования конкурентного равновесия

Условия совершенной конкуренции. Повторяющиеся парные сделки как механизм формирования равновесия. Несоответствие СПР равновесию по Вальрасу в модели Рубинштейна-Волынского.

Rubinstein A., Wolinsky A. (1985), Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining, Econometrica, 54, 785-806, 1986

Лекция 9. Условия соответствия совершенных подыгровых равновесий конкурентному равновесию.

Модель Д. Гейла. Теорема о соответствии СПР экономическому равновесию. Парные сделки на рынке с двумя товарами и конечным временем. Сходимость решения по доминированию к равновесию.

Gale D. (1986), Bargaining and Competition Part 1: Characterization, Econometrica, 54, 785-806, 1986

Лекция 10. Кооперативное поведение в многошаговых играх

"Народная теорема" для решения по доминированию. Конструкция решения и возмущение платежных функций. Случай исхода, доминирующего равновесие Нэша исходной игры.

Vasin (1999)

Лекция 11. Модель выбора партнеров.

Теорема о соответствии СПР утилитарному исходу. Формирование кооперативного поведения. Случай групп с неравной численностью.

Васин (1992)

Лекция 12. Модели оптимизации налогообложения

Определение оптимальной стратегии аудита для прямого налога. Теорема об оптимальности порогового правила. Поиск оптимального порога.

Sanchez, I., Sobel, J.(1993), "Hierarchical design and enforcement of income tax policies", Journal of Public Economics, 50, 345-69

Васин А.А., Панова Е.И.(2000), *Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах.*- М.: РПЭИ, 2000.- 32с.

Лекция 13. Коррупция в моделях оптимального налогообложения

Модели с коррупцией и двумя уровнями дохода. Зависимость поведения агентов от стратегии проверок. Сравнительная статика налогового дохода относительно ставок налога и штрафа.

Васин А.А., Панова Е.И. (2000) , *Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах.*- М.: РПЭИ, 2000.- 32с.

P. Chander, L. Wilde, 1992, "Corruption in tax administration", *Journal of Public Economics*, 49, 333-349.

Лекция 14. Задача оптимизации системы стимулирования инспекторов.

Задача оптимизации системы стимулирования инспекторов. Оптимальная премиальная система оплаты. Оптимизация налогового дохода в переходный период.

Васин А., *Собираемость налогов и коррупция в налоговой администрации./ the XII World Congress of the International Economic Association, Buenos Aires. (Англ.)*

J.Hindriks, M.Keen, A.Muthoo, 1998, "Corruption, Extortion, Evasion", *Preprint, University of Essex*

Перечень примерных контрольных вопросов и заданий

для самостоятельной работы

1. Товарные рынки

1. Доказать, что если эластичность функции спроса $D(p)$ не превосходит единицы на отрезке $[\tilde{p}, \bar{p}]$, то спрос медленно убывает на этом отрезке
2. Показать, что если спрос медленно убывает на отрезке $[\tilde{p}, \bar{p}]$, то для решения монополии в задаче добывающей и перерабатывающей отраслей $\max_{p, V \leq D(p)} (pV - c(V))$ справедливо $p^* \geq \bar{p}$, $V^* = D(p)$.
3. Сравнить конкурентное равновесие с равновесием в модели олигополии Курно в следующих случаях:

1. $D(p) = \frac{k}{p^\alpha}$, $\alpha > 0$, $c^a = c$, $V^a = \infty$

2. $D(p) = \frac{k}{p}$, $c^a = c$, $V^a = \infty$. Государство нормативно устанавливает, что одно предприятие не может занимать более чем n доля рынка. Показать, что в этом случае $\frac{\hat{p}}{\tilde{p}} \leq \frac{n}{n-1}$

$$3. D(p) = \frac{k}{p}, c^1 \leq c^2 \leq \dots \leq c^m, V^a = V$$

4. Показать, что остаточный спрос для равномерного распределения потребителей в очереди $D^2(p, \tilde{V}) = D(p) \max \left(0, 1 - \sum_{p' < p} \frac{\tilde{V}_{p'}}{D(p')} \right)$, в действительности является таковым, то есть спрос каждой группы с ростом цены уменьшается равномерно.

5. В случае одинаковых производителей и равновесной цены превосходящей эти издержки получить достаточное условие на функцию спроса, чтобы Вальрасово равновесие было равновесием Нэша (для пропорционального правила).

2. Эволюционная теория игр

1. Доказать, что любая эволюционно устойчивая стратегия (ЭУС) является равновесием Нэша.

2. В дискретной и непрерывной моделях динамики репликаторов провести замену переменных и получить из уравнения для численности N уравнение для частот π . Подсказка: в непрерывной модели уравнение для частот имеет следующий вид

3. В АПП модели положить $r_j = \gamma$, $q_{ji} = \pi_i$, $\gamma_{ji} = \bar{\gamma} (f_i(\pi) - f_j(\pi))$ и показать, что эволюционное уравнение примет вид $\dot{\pi}_j = \gamma \bar{\gamma} \pi_j (f_j(\pi) - \sum_{i \in J} \pi_i f_i(\pi))$.

4. В биматричной игре (a_{ij}, b_{ij}) проверить, что равновесие не изменится если прибавить к столбцам матрица A или к строкам матрицы B некую величину.

5. Для игры $(\varphi_{ij}^1, \varphi_{ij}^2)$ со следующими отношениями $\varphi_{11}^1 > \varphi_{21}^1$, $\varphi_{22}^1 > \varphi_{12}^1$, $\varphi_{11}^2 > \varphi_{12}^2$, $\varphi_{22}^2 > \varphi_{21}^2$ выписать модель динамики репликаторов и изобразить фазовый портрет системы.

3. Оптимизация налоговой системы

1. Показать, что оптимальная стратегия при фиксированной зарплате налогового инспектора s и его увольнении при обнаружении ошибки, определяется из

$$\min_{s \geq s_{alt}} \left\{ \frac{s + \bar{c}}{\gamma F}, \frac{s + \bar{c}}{F} + \frac{\tilde{c}}{F + \tilde{F}} \right\} \rightarrow \min,$$

где s_{alt} -- альтернативная заработная плата, которую получает инспектор в случае увольнения, а $\tilde{F} = (s - s_{alt}) \frac{1 - \delta}{\delta}$

2. Для случая $F(I, I_d) = (t + f)(I - I_d)$, $T(I) = tI$ показать, что

$$I_d(I, p(\cdot)) = I \Leftrightarrow p(I_d) > \hat{p} \quad \forall I_d < I,$$

где $\hat{p} = \frac{t}{t + f}$

3. Для какого распределения $\mu(\bar{I})$ будет выполняться $R(\bar{I}) = \text{const}$

4. Добавить в стандартной модели возможность выплаты части штрафа в виде премии pr ($pr \in [0, F]$) инспектору. Выписать функцию выигрыша государства в зависимости от стратегии (p, p_c, s, pr)

III. Распределение часов курса по темам и видам работ

№ п/п	Наименование тем и разделов	ВСЕГО (часов)	Аудиторные занятия (час)		Самостоятель ная работа
			в том числе		
			Лекции	Семинары	
1	Введение в современную теорию некооперативных игр	4	2		2
2	Введение в эволюционную теорию игр	4	2		2
3	Модели динамики коллективного поведения	6	2		4
4	Модели адаптивно-подражательного поведения	6	2		4
5	Отбор эволюционных механизмов	6	2	2	2
6	Модели олигополии	10	4	2	4
7	Проблема некооперативного обоснования конкурентного равновесия	4	2		2
8	Условия соответствия совершенных подыгровых равновесий конкурентному равновесию	4	2		2
9	Кооперативное поведение в многошаговых играх	6	2		4
10	Модель выбора партнеров	6	2	2	2
11	Модели оптимизации	6	2		4

	налогообложения				
12	Коррупция в моделях оптимального налогообложения	6	2		4
13	Задача оптимизации системы стимулирования инспекторов	8	2	2	4
	ИТОГО:	76	28	8	40

V. Учебно-методическое обеспечение курса

Литература

1. Данилов В.И., Кошевой Г.А. Курс “Теория игр” для первого года обучения РЭШ.
2. Myerson R.B. Game Theory. Analysis of Conflict. Harvard University Press, Cambridge, London, England, 1991
3. Мулен Э. Теория игр. Москва, Мир, 1985
4. Mas-Colell A., Whinston M., Green J.R., Microeconomic Theory, 1995
5. Allen B., Hellwig M. (1986), Bertrand-Edgeworth Oligopoly in Large Markets, Review of Economic Studies, 53, 175-204
6. Borgeers T. (1992), Iterated Elimination of Dominated strategies in a Bertrand-Edgeworth Model, Review of Economic Studies, 59, 163-176
7. Chander P., Wilde L., 1992, “Corruption in tax administration”, Journal of Public Economics, 49, 333-349.
8. Dudey M. (1992) Dynamic Edgeworth-Bertrand Competition. Quarterly Journal of Economics, №4, 1461-1477
9. Friedman J. (1986), On the Strategic Importance of Prices Versus Quantities, Rand Journal of Economics, №4, 607-622
10. Gale D. (1986), Bargaining and Competition Part 1: Characterization, Econometrica, 54, 785-806, 1986
11. Hindriks J., Keen M., Muthoo A., 1998, “Corruption, Extortion, Evasion”, Preprint, University of Essex
12. Maynard Smith J. (1982), Evolution and the Theory of Games, ch.13
13. Milgrom P., Roberts J. (1990) Rationalizability, learning and equilibrium in games with strategic complementarities. Econometrica, 58, 1255-1277.
14. Rubinstein A., Wolinsky A. (1985), Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining, Econometrica, 54, 785-806, 1986
15. Sanchez, I., Sobel, J.(1993), “Hierarchical design and enforcement of income tax policies”, Journal of Public Economics, 50, 345-69

16. Vasin A. (1999) On stability of mixed equilibria, *Nonlinear Analysis* 38, 793-802
17. Васин А.А. (1992) Моделирование коллективного поведения в социальных и экологических системах, *Вестник Мгу, Вычислительная математика и кибернетика*, Т. 47, №1, стр. 4-16
18. Васин А.А. (1996) О некоторых проблемах теории коллективного поведения, *ОПиПМ*, т.3, вып. 3, с. 346-365
19. Васин А.А., Панова Е.И.(2000), *Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах.*-М.: РПЭИ, 2000.- 32с.
20. Васин А., *Собираемость налогов и коррупция в налоговой администрации./ The XII World Congress of the International Economic Association, Buenos Aires. (Англ.)*